



**COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER**  
**SEMESTRE DURÉE : 4 HEURES**

**NB :** « Dans un savoir cohérent, un concept est en rapport avec tous les autres »

**EXERCICE : 1 (5 points)**

Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes

a)  $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$       b)  $2x - \sqrt{x} - 1 < 0$       c)  $\sqrt{2}x^2 - (1 + \sqrt{2})x + 1 = 0$

d)  $5\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - 2\frac{x}{x+1} - 16 = 0$       e)  $-2x^2 - 6x + 8 \geq 0$       f)  $-3x^2 - 5x - 7 < 0$

**EXERCICE : 2 (3 points)**

Résoudre par la méthode de Cramer chacun des systèmes suivants :

a) 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2x + 12y = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x\sqrt{3} + y = 1 \\ 3x + y\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x^2 - 2x + 2(y^2 + 4) + 3 = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - (y^2 + 4) = 12 \end{cases}$$

**EXERCICE : 3 (6 points)**

Soit ABCD est un rectangle

1) Construire G barycentre  $\{(A, 2); (B, 3)\}$  et J celui de  $\{(C, 4); (D, 1)\}$

2) Soit H le point définie par :  $2\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 4\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HD} = \vec{0}$

a) Montrer que pour tout point M du plan on a :  $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 10\overrightarrow{MH}$

b) Montrer que les points H, G et J sont alignés

3) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

a)  $\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$

b)  $\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 20$

**EXERCICE : 4 (6 points)**

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points  $A'$  barycentre de  $\{(B; -1), (C; 2)\}$

$B'$  barycentre de  $\{(A; 3), (C; 2)\}$  et  $C'$  barycentre de  $\{(A; 3), (B; -1)\}$

1) Placer les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$

2) Soit G le barycentre de  $\{(A; 3), (B; -1), (C; 2)\}$ .

a) Montrer que G est le barycentre  $\{(A; 3); (A'; 1)\}$

b) Montrer que G est le barycentre  $\{(B; -1); (B'; 5)\}$

c) Montrer que G est le barycentre  $\{(C; 2); (C'; 2)\}$ . Que peut on en déduire pour  $[CC']$

3) Montrer que les droites  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont concourantes en G

